

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ ПО КУРСУ  
“ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА” ПО  
МОДУЛЮ 2 “ТЕОРИЯ МЕРЫ И ИНТЕГРАЛА ЛЕБЕГА: ОСНОВНЫЕ  
ТЕОРЕМЫ” для ИУ-9, 4 семестр, 2015

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Теорема Лебега о мажорированной сходимости.
2. Теорема Бешпо Леви о монотонной сходимости.
3. Пространства  $L^p(X, d\mu)$ . Неравенства Гёльдера и Минковского.
4. Сходимость в среднем, её связь со сходимостью по мере и сходимостью почти всюду.
5. Теорема Фату. Полнота пространства  $L^p(X, d\mu)$ .
6. Заряд. Ограниченность заряда на сигма-алгебре. Типы зарядов. Теорема Радона-Никодима (без док-ва).
7. Разложения Хана и Жордана.
8. Функции ограниченной вариации и их свойства.
9. Абсолютно непрерывные функции и их свойства. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега с переменным верхним пределом.
10. Теорема о производной интеграла Лебега с переменным верхним пределом (без док.). Неравенство для интеграла Лебега от производной. Формула Ньютона-Лейбница для интеграла Лебега (без док.).
11. Функция скачков, её свойства. Функция скачков, порождённая функцией ограниченной вариации. Разложение функции ограниченной вариации на 3 компоненты.
12. Связь интеграла Лебега с интегралом Римана (собственный и несобственный случай).
13. Интеграл Лебега-Стилтьеса по функции скачков.
14. Интеграл Лебега-Стилтьеса по абсолютно непрерывной функции.
15. Произведение мер. Сохранение сигма-аддитивности.
16. Мера как интеграл по сечениям. Теоремы Фубини и Тонелли.

ЗАДАЧИ

1. Задачи по теме: сходимость в среднем, предельный переход и смена порядка интегрирования в интеграле Лебега.
2. Задачи по теме: разложения Хана и Жордана, теорема Радона-Никодима.
3. Задачи по теме: вычисление интеграла Лебега-Стилтьеса.